

2010 年京大文 [2]

$$4x + y \leq 9, x + 2y \geq 4, 2x - 3y \geq -6 \text{ より}$$

$$y \leq -4x + 9, y \geq -\frac{1}{2}x + 2, y \leq \frac{2}{3}x + 2$$

これを図示すると右図のようになり、境界線を含む。

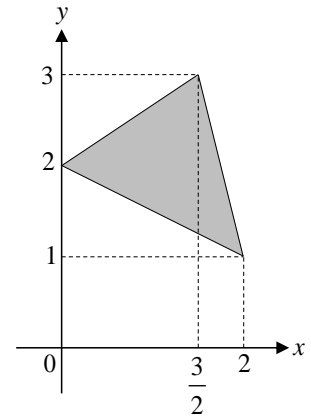
$$2x + y = k \text{ とすると } y = -2x + k$$

$k$  は、傾き  $-2$  の直線の切片であるから

$$\text{最大になるのは } \left(\frac{3}{2}, 3\right) \text{ を通るときで、このとき } k = 2 \cdot \frac{3}{2} + 3 = 6$$

$$\text{最小になるのは } (0, 2) \text{ を通るときで、このとき } k = 2 \cdot 0 + 2 = 2$$

$2x + y$  の最大値は  $6$ 、最小値は  $2$  ……(答)



$x^2 + y^2 = r^2$  ( $r > 0$ ) とすると、 $r$  は、原点を中心とした円の半径であるから

$$\text{最大になるのは } \left(\frac{3}{2}, 3\right) \text{ を通るときで、このとき } r^2 = \frac{9}{4} + 9 = \frac{45}{4}$$

最小になるのは、 $x^2 + y^2 = r^2$  が、 $y = -\frac{1}{2}x + 2$  に接するときである。

このときの接点は、 $y = -\frac{1}{2}x + 2$  と、原点を通り垂直な直線  $y = 2x$  との交点であるから

$$\therefore x = \frac{4}{5}, y = \frac{8}{5} \quad \therefore r^2 = \frac{16}{25} + \frac{64}{25} = \frac{80}{25} = \frac{16}{5}$$

$x^2 + y^2$  の最大値は  $\frac{45}{4}$ 、最小値は  $\frac{16}{5}$  ……(答)