

2011 年京大文 [4]

$$f(x) = \left| \frac{3}{4}x^2 - 3 \right| - 2 = \frac{3}{4}|x^2 - 4| - 2 \text{ とすると}$$

$$|x| \leq 2 \text{ であるから } x^2 - 4 \leq 0 \quad f(x) = \frac{3}{4}(-x^2 + 4) - 2 = -\frac{3}{4}x^2 + 1$$

$y = x$ のグラフと、 $y = f(x)$ のグラフの、交点の x 座標を求める。

$$-\frac{3}{4}x^2 + 1 = x \quad 3x^2 + 4x - 4 = 0 \quad (3x - 2)(x + 2) = 0 \quad x = -2, \frac{2}{3}$$

$|x| \leq 2$, $y \geq x$, $y \leq f(x)$ を満たす領域を図示すると、
右図のようになる。

求める面積は

$$\begin{aligned} & \int_{-2}^{\frac{2}{3}} \left(-\frac{3}{4}x^2 + 1 - x \right) dx \\ &= -\frac{3}{4} \int_{-2}^{\frac{2}{3}} (x+2) \left(x - \frac{2}{3} \right) dx = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} \left(\frac{8}{3} \right)^3 = \frac{64}{27} \dots\dots (\text{答}) \end{aligned}$$

