

2011 年京大理 2

$$\text{条件 (i) より } \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 1 \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+2 \\ b+2c \end{pmatrix} \quad \therefore a = -1, b = 2 - 2c$$

$$T \text{ を表す行列は } \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2-2c & c \end{pmatrix} \text{ と表せるから } \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2-2c & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2-2c \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2-2c & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ c \end{pmatrix}$$

$$A(-1, 2-2c), B(1, c) \text{ であるから、} \triangle OAB \text{ の面積は } \frac{1}{2} |-1 \cdot c - 1 \cdot (2-2c)| = \frac{1}{2} |c-2|$$

$$\text{条件 (ii) より } \frac{1}{2} |c-2| = \frac{1}{2} \quad |c-2| = 1 \quad c-2 = \pm 1 \quad \therefore c = 1, 3$$

したがって $\therefore (a, b, c) = (-1, 0, 1), (-1, -4, 3) \dots\dots$ (答)

※あまりに簡単すぎて、三角形の面積の公式を使用して減点されないか、不安になる。