

2016 年京大文 [2]

この装置の、1 回毎の「あたり」が出る確率を、 $1-p$ ($0 < p < 1$) とする。

余事象により、ボタンを 20 回押して少なくとも 1 回「あたり」が出る確率は、 $1-p^{20}$ であるから

$$1-p^{20}=0.36 \quad p^{20}=0.64=2^6 \times 10^{-2}$$

$$\text{両辺の自然対数をとると} \quad 20 \log_{10} p = 6 \log_{10} 2 - 2 \quad \therefore \log_{10} p = \frac{3 \log_{10} 2 - 1}{10}$$

ボタンを n 回押して少なくとも 1 回「あたり」が出る確率は、 $1-p^n$ であり、これが 0.9 以上であるから

$$1-p^n \geq 0.9 \quad p^n \leq 0.1$$

$$\text{両辺の自然対数をとると} \quad n \log_{10} p \leq -1 \quad \therefore n \geq -\frac{1}{\log_{10} p} = \frac{10}{1-3 \log_{10} 2}$$

$$0.903 < 3 \log_{10} 2 < 0.9033 \text{ より} \quad 0.0967 < 1 - 3 \log_{10} 2 < 0.097 \quad \frac{10}{0.097} < \frac{10}{1 - 3 \log_{10} 2} < \frac{10}{0.0967}$$

$$\frac{10}{0.097} = 103.09\dots, \quad \frac{10}{0.0967} = 103.41\dots \text{ であるから} \quad \therefore n \geq 104$$

したがって、最低 104 回押せばよい。……(答)