

2016 年京大理 3

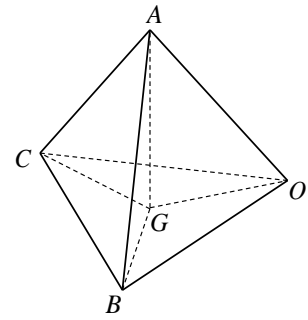
頂点 A から $\triangle OBC$ へ下ろした垂線の足を、 G とする。

G は $\triangle OBC$ の外心に一致することから、 $GO = GB = GC$ である。

$AG \perp GO$, $AG \perp GB$, $AG \perp GC$ であるから、

$GO = GB = GC = r$, $AG = h$ とすると

$$\therefore AO = AB = AC = \sqrt{r^2 + h^2}$$



同様にして、

頂点 B から $\triangle OCA$ へ下ろした垂線を考えれば、 $BO = BA = BC$ が示される。

頂点 C から $\triangle OAB$ へ下ろした垂線を考えれば、 $CO = CA = CB$ が示される。

結局、 $OA = OB = OC = AB = BC = CA$ であり、6 辺すべての長さが等しい。

したがって、この四面体の各面は正三角形であるから、正四面体である。(証明終)

※文系 4 よりずっと楽。