

2026 年京大理 [6] 文 [5] 共通

3 枚の札を同時に取り出し、最大の数が $X(X \geq 3)$ であるとき、他の 2 数は $X - 1$ 以下であるから、

他の 2 数の組み合わせは、 ${}_{X-1}C_2 = \frac{(X-1)(X-2)}{2}$ 通り。 $X = 1, 2$ でも成立する。

求める期待値は

$$\begin{aligned} & \frac{1}{{}_n C_3} \sum_{X=1}^n X \cdot \frac{(X-1)(X-2)}{2} \\ &= \frac{1}{{}_n C_3} \sum_{X=1}^n (X^3 - 3X^2 + 2X) = \frac{3}{n(n-1)(n-2)} \cdot \left\{ \frac{n^2(n+1)^2}{4} - \frac{n(n+1)(2n+1)}{2} + n(n+1) \right\} \\ &= \frac{3(n+1)}{4(n-1)(n-2)} \cdot \{n(n+1) - 2(2n+1) + 4\} = \frac{3(n+1)(n^2 - 3n + 2)}{4(n-1)(n-2)} = \frac{3(n+1)(n-1)(n-2)}{4(n-1)(n-2)} \\ &= \frac{3(n+1)}{4} \dots\dots (\text{答}) \end{aligned}$$