$f(t_0) = vt_0 \cos\alpha = 10$ より $\quad vt_0 = \dfrac{10}{\cos\alpha}$ ——①

$f(g_0) = vt_0 \sin\alpha - 5t_0^2 = t_0(v\sin\alpha - 5t_0) = 0$ より $\quad v\sin\alpha - 5t_0 = 0 \quad \dfrac{t_0}{v} = \dfrac{\sin\alpha}{5}$ ——②

①×②より $\quad t_0^2 = 2\tan\alpha$ ——③ $\quad v^2 = \dfrac{100}{t_0^2 \cos^2\alpha} = \dfrac{100}{2\tan\alpha \cos^2\alpha} = \dfrac{100}{\sin 2\alpha}$ ——④

$f'(t) = v\cos\alpha,\ g'(t) = v\sin\alpha - 10t$ より

$\quad (f'(t_0))^2 + (g'(t_0))^2 = v^2\cos^2\alpha + v^2\sin^2\alpha - 20vt_0\sin\alpha + 100t_0^2 = v^2 - 20vt_0\sin\alpha + 100t_0^2$

①、③、④より

$\quad (f'(t_0))^2 + (g'(t_0))^2 = \dfrac{100}{\sin 2\alpha} - 20\cdot\dfrac{10}{\cos\alpha}\cdot\sin\alpha + 100\cdot 2\tan\alpha$

$\qquad\qquad = \dfrac{100}{\sin 2\alpha} - 200\tan\alpha + 200\tan\alpha = \dfrac{100}{\sin 2\alpha}$ ……(答)

これが最小になるのは、$\sin 2\alpha = 1$ のときであるから $\quad 2\alpha = \dfrac{\pi}{2} \quad \therefore \alpha = \dfrac{\pi}{4}$ ……(答)