

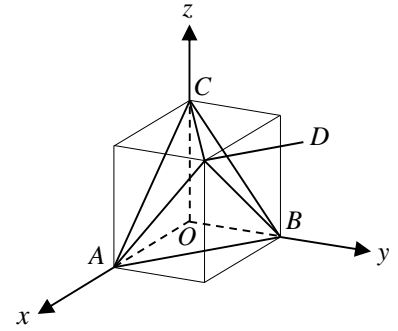
1963年東大理Ⅰ文Ⅰ共通

$A(p, 0, 0)$, $B(0, q, 0)$, $C(0, 0, r)$ と座標を設定すると、

$$p^2 + q^2 = c^2 \quad \text{---①}$$

$$q^2 + r^2 = a^2 \quad \text{---②}$$

$$r^2 + p^2 = b^2 \quad \text{---③}$$



①、②、③を辺々足すと $2(p^2 + q^2 + r^2) = a^2 + b^2 + c^2$

$$OD = \sqrt{p^2 + q^2 + r^2} \text{ より } \therefore OD = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}} \quad \dots\dots (\text{答})$$

$a=5$, $b=3$ のとき

$$\text{②}-\text{③より } q^2 - p^2 = 25 - 9 = 16 \quad q^2 = p^2 + 16$$

$$\text{①に代入して } c^2 = 2p^2 + 16 > 16 \quad \therefore 4 < c$$

$$\text{②}+\text{③より } p^2 + q^2 + 2r^2 = c^2 + 2r^2 = 34 \quad 2r^2 = 34 - c^2 > 0 \quad \therefore c < \sqrt{34}$$

したがって $\therefore 4 < c < \sqrt{34} \quad \dots\dots (\text{答})$