1965年東大理$\boxed{5}$

$f(x)=3\sin 2x+\cos 3x$ とすると　$f'(x)=6\cos 2x-3\sin 3x$

ここで　$\sin 3x=\sin 2x\cos x+\cos 2x\sin x=2\sin x(1-\sin^2 x)+(1-2\sin^2 x)\sin x=3\sin x-4\sin^3 x$

$f'(x)=6(1-2\sin^2 x)-3(3\sin x-4\sin^3 x)=12\sin^3 x-12\sin^2 x-9\sin x+6$

$f'(x)=-3$ を満たす、$0<x<\pi$ の範囲の x を求める。

$f'(x)=12\sin^3 x-12\sin^2 x-9\sin x+6=-3$　$12\sin^3 x-12\sin^2 x-9\sin x+9=0$

$4\sin^3 x-4\sin^2 x-3\sin x+3=0$　$(\sin x-1)(2\sin x-\sqrt{3})(2\sin x+\sqrt{3})=0$

$0<x<\pi$ のとき、$\sin x>0$ であるから　$\sin x=1$ のとき　$x=\dfrac{\pi}{2}$　$\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ のとき　$x=\dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{2}{3}\pi$

$f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{3}{2}\sqrt{3}-1,\ f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0,\ f\left(\dfrac{2}{3}\pi\right)=-\dfrac{3}{2}\sqrt{3}+1$ であるから、求める接線の接点は、

$\left(\dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{3}{2}\sqrt{3}-1\right),\left(\dfrac{\pi}{2},\ 0\right),\left(\dfrac{2}{3}\pi,\ -\dfrac{3}{2}\sqrt{3}+1\right)$ の3つである。

求める接線は

$y=-3\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)+\dfrac{3}{2}\sqrt{3}-1,\ y=-3\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right),\ y=-3\left(x-\dfrac{2}{3}\pi\right)-\dfrac{3}{2}\sqrt{3}+1$

$y=-3x+\pi+\dfrac{3}{2}\sqrt{3}-1,\ y=-3x+\dfrac{3}{2}\pi,\ y=-3x+2\pi-\dfrac{3}{2}\sqrt{3}+1$ ……(答)