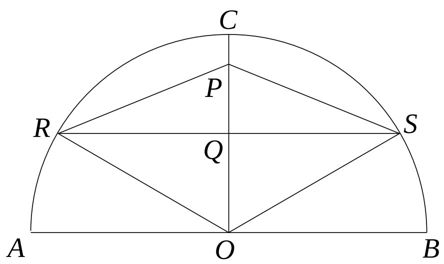
1965 年東大理 $\boxed{4}$ 文 $\boxed{4}$ 共通



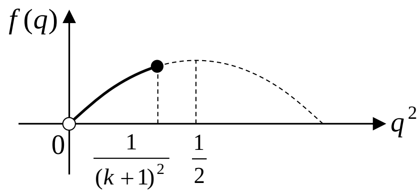
$OQ=q\,(0<q<1)$ とする。

$OP=(k+1)q\leqq 1$ であるから　$\therefore q\leqq\dfrac{1}{k+1}$

$OR=1$ より　$QR=\sqrt{1-q^2}$　四辺形 $ROSP$ の面積は

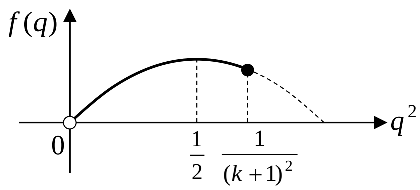
$$\frac{1}{2}OP\cdot RS=(k+1)q\sqrt{1-q^2}=(k+1)\sqrt{q^2-q^4}=(k+1)\sqrt{-\left(q^2-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}}$$

$0<q^2\leqq\dfrac{1}{(k+1)^2}$ の範囲で、$f(q)=-\left(q^2-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{1}{4}$ の最大値を考える。



$\dfrac{1}{(k+1)^2}\leqq\dfrac{1}{2}$　$(k+1)^2\geqq 2$　$k\geqq -1+\sqrt{2}$ のとき

$f(q)$ は $q^2=\dfrac{1}{(k+1)^2}$ のとき最大で、このとき　$q=\dfrac{1}{k+1}$　$OP=1$



$\dfrac{1}{(k+1)^2}>\dfrac{1}{2}$　$(k+1)^2<2$　$k<-1+\sqrt{2}$ のとき

$f(q)$ は $q^2=\dfrac{1}{2}$ のとき最大で、このとき　$q=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　$OP=\dfrac{k+1}{\sqrt{2}}$

四辺形 $ROSP$ の面積は、$f(q)$ が最大のとき、最大になるから

$k<-1+\sqrt{2}$ のとき、$OP=\dfrac{k+1}{\sqrt{2}}$ とすればよい。$k\geqq -1+\sqrt{2}$ のとき、$P=C$ とすればよい。……(答)