

1966年東大理[6]新

1枚目に取り出すのは[1]でなければならない。以下、

i) 2枚目に[2]～[8]を取り出す

ii) 2枚目に[9]を取り出し、3枚目に[2]～[5]を取り出す

iii) 2枚目に[9]を取り出し、3枚目に[6]を取り出し、4枚目に[2]～[5]を取り出す

のいずれかであるから、求める確率は

$$\therefore \frac{1}{9} \cdot \left( \frac{7}{8} + \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{4}{6} \right) = \frac{1}{9} \cdot \frac{147+12+2}{168} = \frac{1}{9} \cdot \frac{161}{168} = \frac{23}{216} \dots\dots (\text{答})$$

1966 年東大理 6 旧

$x + y^2 - 5 = 0$  ——① の対称軸は  $x$  軸に一致する。 $l_1$  を  $y = p$  とすると

①上の点  $(x, y)$  と  $l_1$  に関して対称な点は、 $(x', y') = (x, y + 2p)$  となるから、 $x = x', y = y' - 2p$

①に代入して  $x' + (y' - 2p)^2 - 5 = 0$  ①を  $l_1$  で折り返した放物線は、 $x + (y - 2p)^2 - 5 = 0$  ——②

②を  $l_2$  で折り返すと、 $x^2 - y + 1 = 0$  ——③ になるが、③の対称軸は  $y$  軸に一致する。したがって、 $l_2$  の傾きは  $1$  か  $-1$  であるが、③は下に凸で、②を傾き  $1$  の直線で折り返すと上に凸になるから、 $l_2$  の傾きは  $-1$ 。

②の頂点を  $A(5, 2p)$ 、③の頂点を  $B(0, 1)$  とすると、 $AB$  の傾きは  $\frac{2p-1}{5}$  で、 $AB$  は  $l_2$  と直交するから、 $AB$  の傾きは  $1$  である。

$$\frac{2p-1}{5} = 1 \quad 2p-1=5 \quad 2p=6 \quad \therefore p=3$$

このとき  $l_2$  を  $y = -x + q$  とおく。  $AB$  の中点  $\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$  が  $l_2$  上にあるので

$$\frac{7}{2} = -\frac{5}{2} + q \quad \therefore q = \frac{7+5}{2} = 6$$

以上により、 $l_1$  は  $y = 3$ 、 $l_2$  は  $y = -x + 6$  ……(答)

