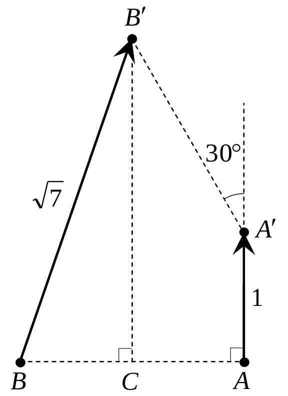
1967 年東大理 $\boxed{2}$ 文 $\boxed{3}$ 共通

平面図上において、ある時刻において自動車から見て飛行機が西にあったとき、自動車と飛行機の位置をそれぞれ A, B とし、それから 36 秒後の自動車と飛行機の位置をそれぞれ A', B' とする。



自動車は時速 $100km$、飛行機は時速 $\sqrt{7}\times 100km$ であるから、

$$AA' = 100\times\frac{36}{3600} = 1\,(km) \quad BB' = \sqrt{7}\times 100\times\frac{36}{3600} = \sqrt{7}\,(km)$$

飛行機の高度を $h\,(km)$ とする。 A, A' のいずれにおいても、
自動車から飛行機を見た仰角は 30 度であるから、

$$\frac{h}{AB} = \frac{h}{A'B'} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \therefore AB = A'B' = \sqrt{3}h\,(km)$$

B' から AB に下ろした垂線の足を C とすると

$$AC = A'B'\sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}h\,(km) \quad \therefore BC = \sqrt{3}h - \frac{\sqrt{3}}{2}h = \frac{\sqrt{3}}{2}h\,(km)$$

$$B'C = AA' + A'B'\cos 30^\circ = 1 + \frac{3}{2}h\,(km)$$

$BB' = \sqrt{7}\,(km)$ であるから、三平方の定理より

$$BB'^2 = BC^2 + B'C^2 \quad 7 = \frac{3}{4}h^2 + \left(1 + \frac{3}{2}h\right)^2 = \frac{3}{4}h^2 + \frac{9}{4}h^2 + 3h + 1 = 3h^2 + 3h + 1$$

$$3h^2 + 3h - 6 = 0 \quad h^2 + h - 2 = 0 \quad (h+2)(h-1) = 0$$

$h > 0$ より　$\therefore h = 1\,(km) = 1000(m)$ ……（答）