1968 年東大理 $\boxed{4}$

平面 $z=t\ (-1\leqq t\leqq 1)$ と、 yz 平面内の曲線 $y=1-z^2\ (-1\leqq z\leqq 1)$ との交点は、 $(0,\ 1-t^2,\ t)$ で与えられる。
平面 $z=t$ と、直線 l との交点は、 $(1,\ 0,\ t)$ であるから、これら 2 交点の距離は

$$\sqrt{1^2+(1-t^2)}=\sqrt{t^4-2t^2+2}$$

題意の立体の、平面 $z=t$ による切り口は、半径 $\sqrt{t^4-2t^2+2}$ の円であるから、求める体積は

$$\pi\int_{-1}^{1}(t^4-2t^2+2)dt=2\pi\int_{0}^{1}(t^4-2t^2+2)dt=2\pi\left[\frac{t^5}{5}-\frac{2}{3}t^3+2t\right]_0^1=2\pi\left(\frac{1}{5}-\frac{2}{3}+2\right)=\frac{46}{15}\pi\quad\cdots\cdots(答)$$