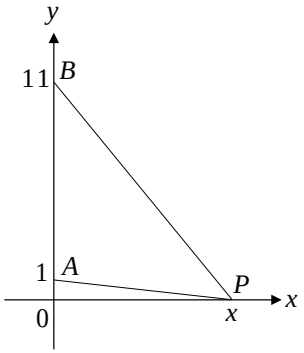
1970 年東大文 2

$\angle OPA=\alpha, \angle OPB=\beta, \angle APB=\theta$ とすると $\theta=\beta-\alpha$ であり、



$$\tan\alpha=\frac{1}{x} \quad \tan\beta=\frac{11}{x} \quad \tan\theta=\tan(\beta-\alpha)=\frac{\tan\beta-\tan\alpha}{1+\tan\beta\tan\alpha}=\frac{\frac{11}{x}-\frac{1}{x}}{1+\frac{11}{x}\cdot\frac{1}{x}}=\frac{10x}{x^2+11}$$

$\theta \geqq 30°$ のとき　$\tan\theta=\dfrac{10x}{x^2+11} \geqq \dfrac{1}{\sqrt{3}}$　$x^2-10\sqrt{3}x+11 \leqq 0$

$x^2-10\sqrt{3}x+11=0$ を解くと　$x=5\sqrt{3}\pm\sqrt{75-11}=5\sqrt{3}\pm 8$

求める範囲は　$\therefore -8+5\sqrt{3} \leqq x \leqq 8+5\sqrt{3}$　……(答)