1971 年東大理 $\boxed{5}$

$$\overline{PQ_k}^2=\left(\cos\frac{2\pi}{n}k-a\right)^2+\left(\sin\frac{2\pi}{n}k-b\right)^2=a^2+b^2+1-2a\cos\frac{2\pi}{n}k-2b\sin\frac{2\pi}{n}k$$

$$s_n=\frac{1}{n}(\overline{PQ_0}^2+\overline{PQ_1}^2+\cdots+\overline{PQ_{n-1}}^2)=a^2+b^2+1-2a\cdot\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}\cos\frac{2\pi}{n}k-2b\cdot\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}\sin\frac{2\pi}{n}k$$

$$\therefore \lambda_n=\lim_{n\to\infty}s_n=a^2+b^2+1-2a\int_0^1\cos 2\pi x dx-2b\int_0^1\sin 2\pi x dx=a^2+b^2+1-2a\left[\frac{\sin 2\pi x}{2\pi}\right]_0^1-2b\left[-\frac{\cos 2\pi x}{2\pi}\right]_0^1$$

$$=a^2+b^2+1\quad\cdots\cdots(\text{答})$$

λ_nは、$(a,\ b)=(0,\ 0)$のとき、すなわちPが原点にあるとき最小となる。……(答)