1972 年東大理 $\boxed{6}$

A から出発した犯人が、$P_1, P_2, \cdots, P_9$ に到達する確率 p_k を求める。

P_1 に到達するのは、真東に 8 回連続進んだとき。 $p_1=\left(\frac{1}{2}\right)^8=\frac{1}{256}$

P_2 に到達するのは、真東に 7 回、北東に 1 回進んだとき。 $p_2={}_8C_1\left(\frac{1}{2}\right)^8=\frac{8}{256}=\frac{1}{32}$

P_3 に到達するのは、真東に 6 回、北東に 2 回進んだとき。 $p_3={}_8C_2\left(\frac{1}{2}\right)^8=\frac{28}{256}=\frac{7}{64}$

P_4 に到達するのは、真東に 5 回、北東に 3 回進んだとき。 $p_4={}_8C_3\left(\frac{1}{2}\right)^8=\frac{56}{256}=\frac{7}{32}$

P_5 に到達するのは、真東に 4 回、北東に 3 回進んで P_6 の 1 つ下に到達し、最後に北東に進んだとき。

$$p_5=\frac{1}{2}\times{}_7C_3\left(\frac{1}{2}\right)^7=\frac{35}{256}$$

P_6 に到達するのは、真東に 3 回、北東に 3 回進んで P_7 の 1 つ下に到達し、最後に北東に進んだとき。

$$p_6=\frac{1}{2}\times{}_6C_3\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{20}{128}=\frac{40}{256}=\frac{5}{32}$$

P_7 に到達するのは、真東に 2 回、北東に 3 回進んで P_8 の 1 つ下に到達し、最後に北東に進んだとき。

$$p_7=\frac{1}{2}\times{}_5C_2\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{10}{64}=\frac{40}{256}=\frac{5}{32}$$

P_8 に到達するのは、真東に 1 回、北東に 3 回進んで P_9 の 1 つ下に到達し、最後に北東に進んだとき。

$$p_8=\frac{1}{2}\times{}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{4}{32}=\frac{32}{256}=\frac{1}{8}$$

P_9 に到達するのは、北東に 4 回連続進んだとき。 $p_9=\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}=\frac{16}{256}$

犯人が到達する確率が高い点を上から 3 つ選べばよいから、P_4, P_6, P_7 に配置すればよい。……(答)

このとき $p=p_4+p_6+p_7=\frac{7}{32}+\frac{5}{32}+\frac{5}{32}=\frac{17}{32}=0.531\cdots$ $\therefore p=0.53$……(答)

※ P_5, P_6, P_7, P_8, P_9 に到達するには、最後に北東に移動する
ことに注意。