

1973 年東大理 3 文 4 共通

$g(x) = f(x) - ax$  とすると、

$$g(x) = \begin{cases} 1 - ax & (1 \leq x \leq 2) \\ (1-a)x - 1 & (2 \leq x \leq 3) \end{cases}$$

$g(x)$  は区間  $1 \leq x \leq 2$ ,  $2 \leq x \leq 3$  においてそれぞれ直線になるから、 $g(x)$  の最大値、最小値は、 $g(1), g(2), g(3)$  のいずれかになる。

$$g(1) = 1 - a \quad g(2) = 1 - 2a \quad g(3) = 2 - 3a$$

であり、これらをグラフ上で比較すると、

$$a \leq 0 \text{ のとき} \quad 1 - a \leq 1 - 2a \leq 2 - 3a$$

$$0 \leq a \leq \frac{1}{2} \text{ のとき} \quad 1 - 2a \leq 1 - a \leq 2 - 3a$$

$$\frac{1}{2} \leq a \leq 1 \text{ のとき} \quad 1 - 2a \leq 2 - 3a \leq 1 - a$$

$$1 \leq a \text{ のとき} \quad 2 - 3a \leq 1 - 2a \leq 1 - a$$

したがって、

$$a \leq 0 \text{ のとき} \quad V(a) = (2 - 3a) - (1 - a) = 1 - 2a$$

$$0 \leq a \leq \frac{1}{2} \text{ のとき} \quad V(a) = (2 - 3a) - (1 - 2a) = 1 - a$$

$$\frac{1}{2} \leq a \leq 1 \text{ のとき} \quad V(a) = (1 - a) - (1 - 2a) = a$$

$$1 \leq a \text{ のとき} \quad V(a) = (1 - a) - (2 - 3a) = -1 + 2a$$

グラフより、 $V(a)$  は  $a = \frac{1}{2}$  において最小値  $\frac{1}{2}$  をとる。……(答)

