

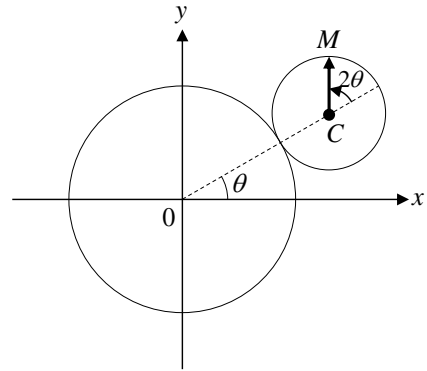
(1)

OC が x 軸の正の方向となす角が θ になったとき、
 C の座標は $(3\cos\theta, 3\sin\theta)$ である。

M が B の周上を回転した角度は 2θ であるから、
 M の x 軸の正の方向に対する回転角は $2\theta + \theta = 3\theta$

$\overrightarrow{CM} = (\cos 3\theta, \sin 3\theta)$ であり、 $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CM}$ であるから

$$\therefore X = 3\cos\theta + \cos 3\theta, Y = 3\sin\theta + \sin 3\theta \quad \dots\dots (\text{答})$$



(2)

$Y(\theta) = 3\sin\theta + \sin 3\theta$ とすると

$$Y'(\theta) = 3\cos\theta + 3\cos 3\theta = 6\cos\theta \cos 2\theta = 6\cos\theta(2\cos^2\theta - 1)$$

$$= 12\cos\theta \left(\cos\theta - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \left(\cos\theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$Y(\theta)$ の増減は右の通りで、 $\theta = \frac{\pi}{4}$ のとき極大。求める最大値は

$$\therefore Y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \quad \dots\dots (\text{答})$$

θ	0	...	$\frac{\pi}{4}$...	$\frac{\pi}{2}$
$Y'(\theta)$		+	0	-	
$Y(\theta)$		↗		↘	

(3)

$$\left(\frac{dX}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dY}{d\theta}\right)^2 = (-3\sin\theta - 3\sin 3\theta)^2 + (3\cos\theta + 3\cos 3\theta)^2 = 9\{2 + 2(\cos 3\theta \cos\theta + \sin 3\theta \sin\theta)\}$$

$$= 18\{1 + \cos(3\theta - \theta)\} = 18(1 + \cos 2\theta) = 36\cos^2\theta$$

求める長さは

$$\therefore \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\left(\frac{dX}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dY}{d\theta}\right)^2} d\theta = 6 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta d\theta = 6[\sin\theta]_0^{\frac{\pi}{2}} = 6 \quad \dots\dots (\text{答})$$