1978 年東大理 $\boxed{2}$ 文 $\boxed{3}$ 共通

$$f(x)=(x^2-4)(x^2-9)=x^4-13x^2+36 \qquad f'(x)=4x^3-26x=4\left(x+\sqrt{\frac{13}{2}}\right)\left(x-\sqrt{\frac{13}{2}}\right)$$

$f(x)$ の増減は右の通り。

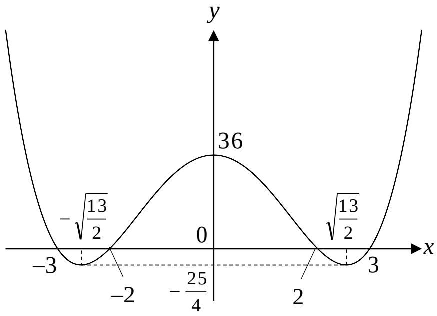
$4<\frac{13}{2}<9$ より $2<\sqrt{\frac{13}{2}}<3$ であり、

$$f\left(\pm\sqrt{\frac{13}{2}}\right)=\left(\frac{13}{2}-4\right)\left(\frac{13}{2}-9\right)=-\frac{25}{4}$$

x	$\cdots$	$-\sqrt{\frac{13}{2}}$	$\cdots$	0	$\cdots$	$\sqrt{\frac{13}{2}}$	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘		↗		↘		↗

$y=f(x)$ のグラフは右図の通り。

$t \leqq x \leqq t+1$ における最大値を考えると



$t=-3$ のとき　最大値は　$f(-3)=f(-2)=0$

$-3<t\leqq -1$ のとき　$f(t)<f(t+1)$ であるから、最大値は　$f(t+1)$

$-1<t<0$ のとき　最大値は　$f(0)=36$

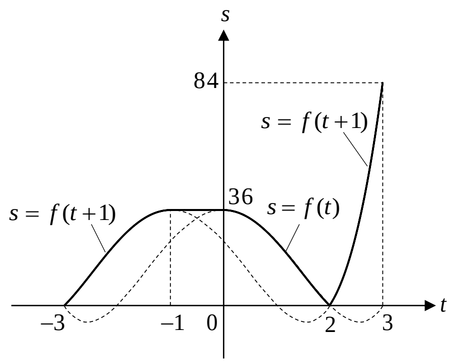
$0\leqq t<2$ のとき　$f(t)>f(t+1)$ であるから　最大値は　$f(t)$

$t=2$ のとき　最大値は $f(2)=f(3)=0$

$2<t\leqq 3$ のとき　$f(t)<f(t+1)$ であるから、最大値は　$f(t+1)$

以上をまとめると

$$g(t)=\begin{cases} f(t+1) & (-3\leqq t\leqq -1,\ 2\leqq t\leqq 3) \\ 36 & (-1\leqq t\leqq 0) \\ f(t) & (0\leqq t\leqq 2) \end{cases} \qquad \cdots\cdots(答)$$



$s=g(t)$ グラフは右図の通り。

$s=f(t+1)$ は、$s=f(t)$ を水平方向に -1 移動したものである。