

1979 年東大理 Ⅰ 文 Ⅰ 共通

$A(0, 0), B(1, 0), C(1, 1), D(0, 1)$  は、

一次変換  $U_t$  によって、それぞれ  $(0, 0), (1+t, 0), ((1+t)^2, 1+t), (t+t^2, 1+t)$  に移る。

一次変換  $V_t$  によって、それぞれ  $(0, 0), (1+t, t+t^2), (1+t, (1+t)^2), (0, 1+t)$  に移る。

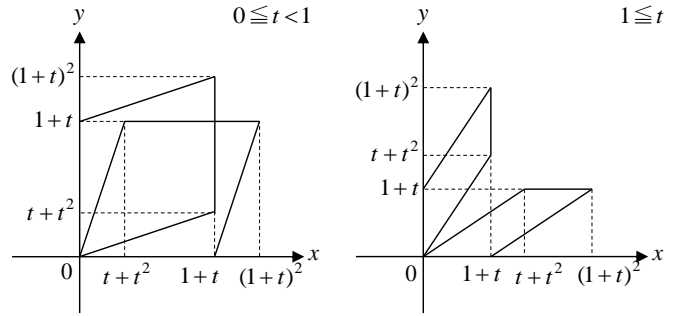
$t \geq 0$  により  $1 \leq 1+t \leq (1+t)^2$

$(t+t^2) - (1+t) = t^2 - 1 = (t+1)(t-1)$  より  $0 \leq t < 1$  のとき  $t+t^2 < 1+t$   $1 \leq t$  のとき  $t+t^2 \geq 1+t$

$0 \leq t < 1$  のとき

$$S(t) = (1+t)^2 - 2 \times \frac{1}{2} (1+t)(t+t^2) = (1+t)^2 (1-t)$$

$1 \leq t$  のとき  $S(t) = 0$



$0 \leq t < 1$  のとき  $S'(t) = 2(1+t)(1-t) - (1+t)^2 = (1+t)(1-3t)$

増減は右の通りで、 $S\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{16}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{32}{27}$

$t$	0	...	$\frac{1}{3}$	...	1
$S'(t)$		+	0	-	
$S(t)$		↗		↘	

グラフは右図の通り。  $S(t)$  の最大値は  $\frac{32}{27} \left(t = \frac{1}{3}\right)$  ..... (答)

