

1981 年東大文 [2]

(1)

B が勝つには、 A が表を出した枚数が 2 枚以下でなければならない。それぞれ表を出した枚数が

i) A が 2 枚以下、 B が 3 枚 ii) A が 1 枚以下、 B が 2 枚 iii) A が 0 枚、 B が 1 枚

のいずれかであるから、 B が勝つ確率は

$$\left(1 - \frac{{}^4C_3 + {}^4C_4}{2^4}\right) \cdot \frac{{}^3C_3}{2^3} + \frac{{}^4C_1 + {}^4C_0}{2^4} \cdot \frac{{}^3C_2}{2^3} + \frac{{}^4C_0}{2^4} \cdot \frac{{}^3C_1}{2^3} = \left(1 - \frac{5}{16}\right) \cdot \frac{1}{8} + \frac{5}{16} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{16} \cdot \frac{3}{8} = \frac{11+15+3}{128} = \frac{29}{128}$$

引き分ける確率は

$$\frac{{}^4C_3 \cdot {}^3C_3}{2^4 \cdot 2^3} + \frac{{}^4C_2 \cdot {}^3C_2}{2^4 \cdot 2^3} + \frac{{}^4C_1 \cdot {}^3C_1}{2^4 \cdot 2^3} + \frac{{}^4C_0 \cdot {}^3C_0}{2^4 \cdot 2^3} = \frac{4+18+12+1}{128} = \frac{35}{128}$$

A が勝つ確率は、余事象より $1 - \frac{29+35}{128} = \frac{1}{2}$

以上により A が勝つ確率は $\frac{1}{2}$ 、 B が勝つ確率は $\frac{29}{128}$ 、引き分ける確率は $\frac{35}{128}$ ……(答)

(2)

A がもらえる金額の期待値は $150 \times \frac{1}{2} = 75$

B がもらえる金額の期待値は $400 \times \frac{29}{128} = 25 \times \frac{29}{8} = 87 + \frac{29}{8} = 90 + \frac{5}{8}$

したがって、 B が有利。……(答)