

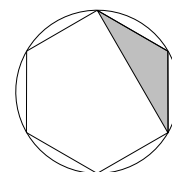
1981 年東大理 2

2 点以上が一致する場合を含み、3 点の選び方は 6^3 通り。

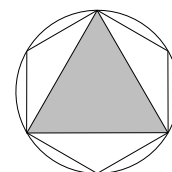
相異なる 3 点が選ばれる場合について考える。

相異なる 3 点の組は ${}_6C_3 = 20$ 通り 各相異なる 3 点の組について、選ばれる確率は $\frac{3!}{6^3} = \frac{1}{36}$

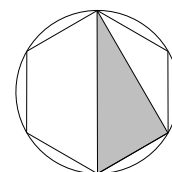
連続した 3 点が選ばれる場合が 6 通りで、面積は $\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \sin \frac{2}{3} \pi = \frac{\sqrt{3}}{4}$



正三角形になる 3 点が選ばれる場合が 2 通りで、面積は $3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$



この他の場合が $20 - 8 = 12$ 通りで、直角三角形になるから、面積は $\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$



求める期待値は

$$\frac{1}{36} \times \left(6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} + 2 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{4} + 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{36} \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2} + 6 \right) = \frac{\sqrt{3}}{36} \cdot 9 = \frac{\sqrt{3}}{4} \quad \dots\dots (\text{答})$$