

1983 年東大文 4

$n=1$  のとき、番号 1 の人は確率  $p$  で番号 0 の人と同じ色の旗をあげる。  $\therefore P_1 = p$

番号  $n$  の人が番号 0 の人と同じ色の旗をあげているとき、番号  $n+1$  の人は確率  $p$  で番号 0 の人と同じ色の旗をあげる。

番号  $n$  の人が番号 0 の人と異なる色の旗をあげているとき、番号  $n+1$  の人は確率  $1-p$  で番号 0 の人と同じ色の旗をあげる。

これより、

$$P_{n+1} = p \cdot P_n + (1-p) \cdot (1-P_n) = (2p-1)P_n + (1-p)$$

が成り立つから、

$$P_{n+1} - \frac{1}{2} = (2p-1) \left( P_n - \frac{1}{2} \right) \quad P_n - \frac{1}{2} = \left( P_1 - \frac{1}{2} \right) \cdot (2p-1)^{n-1} = \frac{1}{2} (2p-1)^n$$

$$\therefore P_n = \frac{1}{2} \{ 1 + (2p-1)^n \} \dots\dots (\text{答})$$

$n=1$  でも成立する。