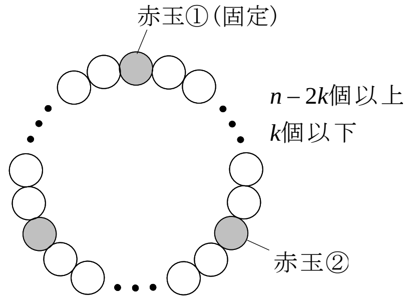
1989 年東大理 $\boxed{6}$

赤玉 1 個は固定して考えてよい。

残り n 個の白玉と 2 個の赤玉の並べ方は、${}_{n+2}C_2=\dfrac{(n+2)(n+1)}{2}$ 通り。

$\dfrac{n}{3}\leqq k<\dfrac{n}{2}$ より $2k<n\leqq 3k$ である。$2k+1\leqq n\leqq 3k$ のとき、白玉を 3 つの組に分けるとすると、各組の白玉の個数の最小値は $n-2k$ である。なぜなら、ある組の白玉の個数が $n-2k-1$ のとき、残りの白玉は $2k+1$ 個であり、これをどのように 2 組に分けても $k+1$ 個以上の組ができるからである。

すなわち、3 組すべてが $n-2k$ 個以上 k 個以下でなければならない。



今、赤玉 1 個と白玉 n 個が環状に並んでいるとする。
赤玉①から始めて白玉を数え、
$n-2k$ 個以上 k 個以下の白玉を挟むように赤玉②を置く。
このとき、置き方は $k-(n-2k)+1=3k-n+1$ 通り。

最初に赤玉①と赤玉②に挟まれた白玉の個数を $n-2k+l\ (0\leqq l\leqq 3k-n)$ とすると、
残りの白玉は $n-(n-2k+l)=2k-l$ 個で、分け方は $(k,k-l),(k-1,k-l+1),\cdots,(k-l,k)$ の $l+1$ 通り。
すなわち、もう 1 個の赤玉③の置き方は $l+1$ 通り。

このような赤玉の置き方の総数は、$\displaystyle\sum_{l=0}^{3k-n}(l+1)=\sum_{m=1}^{3k-n+1}m=\frac{(3k-n+1)(3k-n+2)}{2}$ 通り。

求める確率は、

$$\therefore \frac{(3k-n+1)(3k-n+2)}{2}\cdot\frac{2}{(n+1)(n+2)}=\frac{(3k-n+1)(3k-n+2)}{(n+1)(n+2)}\quad\cdots\cdots(答)$$