1989年東大理 $\boxed{1}$ 文 $\boxed{1}$ 共通

$y=k(x-x^3)$ ——①

$x=k(y-y^3)$ ——②

①＋②より

$$x+y=k\left\{(x+y)-(x^3+y^3)\right\}=k(x+y)\left\{1-(x^2-xy+y^2)\right\} \quad (x+y)\left(x^2-xy+y^2-1+\frac{1}{k}\right)=0$$

第1象限における交点を考えるので、$x+y\neq 0$ $\quad \therefore x^2-xy+y^2-1+\dfrac{1}{k}=0$ ——③

①－②より

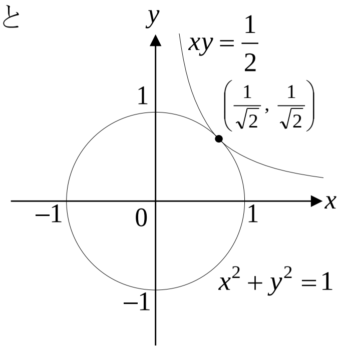
$$y-x=k\left\{(x-y)-(x^3-y^3)\right\}=k(x-y)\left\{1-(x^2+xy+y^2)\right\} \quad (x-y)\left(x^2+xy+y^2-1-\frac{1}{k}\right)=0$$

$x\neq y$ である交点を考えるので、$x-y\neq 0$ $\quad \therefore x^2+xy+y^2-1-\dfrac{1}{k}=0$ ——④

③、④より $\quad \therefore x^2+y^2=1$ ——⑤ $\quad \therefore xy=\dfrac{1}{k}$ ——⑥

円 $x^2+y^2=1$ と双曲線 $xy=\dfrac{1}{k}$ が、第1象限で交点を持つ条件を考えればよい。

円 $x^2+y^2=1$ と双曲線 $xy=\dfrac{1}{k}$ が接するとき、対称性から接点の座標を $(t,\ t)$ とすると




$t^2=\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{k}$ $\quad \therefore k=2$

したがって、$\alpha\neq\beta$ なる交点 $(\alpha,\ \beta)$ を持つ条件は $\quad \therefore k>2$ ……(答)