

1993 年東大文 [1]

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx \quad f'(x) = 3x^2 + 2ax + b = 3\left(x + \frac{a}{3}\right)^2 + b - \frac{a^2}{3}$$

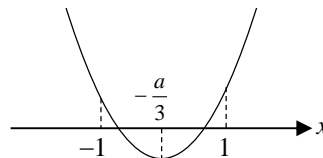
$f'(x) = 0$ が、 $-1 \leq x \leq 1$ の範囲に相異なる 2 実数解を持つことが条件である。

$$f'(-1) = 3 - 2a + b \geq 0 \quad \therefore b \geq 2a - 3 \quad \text{---①}$$

$$f'(1) = 3 + 2a + b \geq 0 \quad \therefore b \geq -2a - 3 \quad \text{---②}$$

$$\text{軸 } -\frac{a}{3} \text{ について } -1 < -\frac{a}{3} < 1 \quad \therefore -3 < a < 3 \quad \text{---③}$$

$$b - \frac{a^2}{3} < 0 \quad \therefore b < \frac{a^2}{3} \quad \text{---④}$$



以上①～④を図示すると、右図の通り。
境界線は実線部のみ含み、点 $(\pm 3, 3)$ は含まない。

