1994 年東大理 $\boxed{6}$

$d(P,Q)=\left|P\text{と}Q\text{の}x\text{座標の差}\right|+\left|P\text{と}Q\text{の}y\text{座標の差}\right|$ であるから、

(1)

$|x|+|y|=|x-1|+|y-1|$ より

$x<0, y<0$ のとき　$-x-y=-x+1-y+1$　$0=2$　$\therefore$ 不適

$x<0, 0\leqq y<1$ のとき　$-x+y=-x+1-y+1$　$y=1$　$\therefore$ 不適

$x<0, 1\leqq y$ のとき　$-x+y=-x+1+y-1$　$0=0$　$\therefore$ 常に成立

$0\leqq x<1, y<0$ のとき　$x-y=-x+1-y+1$　$x=1$　$\therefore$ 不適

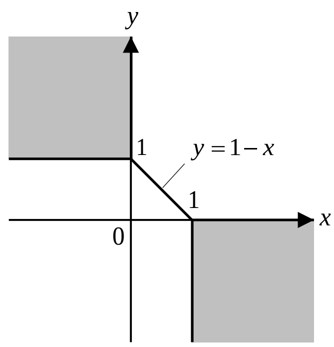
$0\leqq x<1, 0\leqq y<1$ のとき　$x+y=-x+1-y+1$　$\therefore y=1-x$

$0\leqq x<1, 1\leqq y$ のとき　$x+y=-x+1+y-1$　$\therefore x=0$

$1\leqq x, y<0$ のとき　$x-y=x-1-y+1$　$0=0$　$\therefore$ 常に成立

$1\leqq x, 0\leqq y<1$ のとき　$x+y=x-1-y+1$　$\therefore y=0$

$1\leqq x, 1\leqq y$ のとき　$x+y=x-1+y-1$　$0=-2$　$\therefore$ 不適



以上により、右図の通り。境界線を含む。

(2)

$a>0$ とする。$|x|+|y|=|x-a|+|y-(a^2+1)|$ より

$x<0, y<0$ のとき　$-x-y=-x+a-y+a^2+1$　$a^2+a+1=0$　$\therefore$ 不適

$x<0, 0\leqq y<a^2+1$ のとき　$-x+y=-x+a-y+a^2+1$　$y=\frac{1}{2}(a^2+a+1)$

　$a^2+1-\frac{1}{2}(a^2+a+1)=\frac{1}{2}(a^2-a+1)=\frac{1}{2}\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{8}>0$ より　$\therefore y=\frac{1}{2}(a^2+a+1)$

$x<0, a^2+1\leqq y$ のとき　$-x+y=-x+a+y-a^2-1$　$a^2-a+1=\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}=0$　$\therefore$ 不適

$0\leqq x<a, y<0$ のとき　$x-y=-x+a-y+a^2+1$　$x=\frac{1}{2}(a^2+a+1)$

　$\frac{1}{2}(a^2+a+1)-a=\frac{1}{2}(a^2-a+1)=\frac{1}{2}\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{8}>0$ より　$\therefore$ 不適

$0\leqq x<a, 0\leqq y<a^2+1$ のとき　$x+y=-x+a-y+a^2+1$　$y=\frac{1}{2}(a^2+a+1)-x$

　$0\leqq x<a$ のとき　$0<\frac{1}{2}(a^2-a+1)<\frac{1}{2}(a^2+a+1)-x\leqq\frac{1}{2}(a^2+a+1)<a^2+1$　$\therefore y=\frac{1}{2}(a^2+a+1)-x$

$0\leqq x<a, a^2+1\leqq y$ のとき　$x+y=-x+a+y-a^2-1$　$x=-\frac{1}{2}(a^2-a+1)=-\frac{1}{2}\left(a-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{8}<0$　$\therefore$ 不適

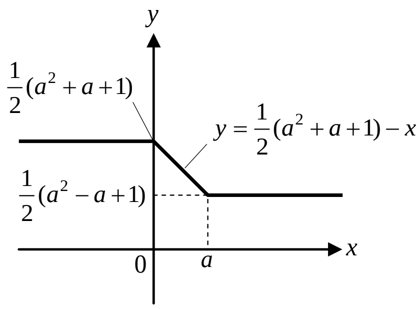
$a \leqq x,\ y<0$ のとき　$x-y=x-a-y+a^2+1$　$a^2-a+1=\left(a-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}=0$　$\therefore$ 不適

$a \leqq x,\ 0 \leqq y < a^2+1$ のとき　$x+y=x-a-y+a^2+1$　$y=\dfrac{1}{2}(a^2-a+1)$

$0<\dfrac{1}{2}(a^2-a+1)<a^2+1$ より　$\therefore y=\dfrac{1}{2}(a^2-a+1)$

$a \leqq x,\ a^2+1 \leqq y$ のとき　$x+y=x-a+y-a^2-1$　$a^2+a+1=\left(a+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}=0$　$\therefore$ 不適

a を固定したとき、P の存在範囲は右図の通り。
$a \geqq 0$ の範囲で a を動かしたとき、この折れ線が通過する範囲を考える。



$A\left(0,\ \dfrac{1}{2}(a^2+a+1)\right),\ B\left(a,\ \dfrac{1}{2}(a^2-a+1)\right)$ とし、a を大きくすると、

$\dfrac{1}{2}(a^2+a+1)$ は単調増加であり、点 A は y 軸上を正方向に動く。

点 B は放物線 $y=\dfrac{1}{2}\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{8}$ 上を動く。

以上を考慮すると、折れ線の通過範囲は右図の通りで、
これが求める点 P の存在範囲である。境界線を含む。