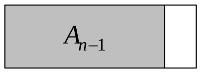
1995年東大理 $\boxed{3}$

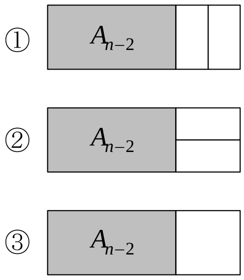
(1)

縦2行、横n列の長方形の部屋のうち

i）横$n-1$列まで過不足なく敷きつめられているとき
残りの横1列の敷きつめ方は1通りのみ。



ii）横$n-2$列まで過不足なく敷きつめられているとき
残りの横2列の敷きつめ方は3通りだが、
このうち右図の①はi)の場合に含まれる。



したがって　$\therefore A_n = A_{n-1} + 2A_{n-2}$ ……(答)

(2)

(1)で求めた漸化式は、以下の2通りに変形できる。

$A_n + A_{n-1} = 2(A_{n-1} + A_{n-2})$ ――①

$A_n - 2A_{n-1} = -(A_{n-1} - 2A_{n-2})$ ――②

①の場合　$A_n + A_{n-1} = 2^{n-2}(A_2 + A_1) = 2^{n-2}\cdot 4 = 2^n$ ――③

②の場合　$A_n - 2A_{n-1} = (-1)^{n-2}(A_2 - 2A_1) = (-1)^{n-2} = (-1)^n$ ――④

③、④からA_{n-1}を消去すると　$3A_n = 2\cdot 2^n + (-1)^n$　$\therefore A_n = \dfrac{2^{n+1} + (-1)^n}{3}$ ……(答)

これは$n=1,\ 2$でも成立する。