1995年東大理$\boxed{1}$文$\boxed{1}$共通

$\sqrt{x}+\sqrt{y} \leqq k\sqrt{2x+y}$ より　$k \geqq \dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{2x+y}} = \dfrac{1+\sqrt{\dfrac{y}{x}}}{\sqrt{2+\dfrac{y}{x}}}$　$t=\dfrac{y}{x}$ とおくと　$k \geqq \dfrac{1+\sqrt{t}}{\sqrt{2+t}}$

関数 $f(t)=\dfrac{1+\sqrt{t}}{\sqrt{2+t}}$ の $t>0$ における増減を調べる。k が $f(t)$ の最大値以上であればよい。

$$f'(t)=\frac{\dfrac{1}{2\sqrt{t}}\cdot\sqrt{2+t}-(1+\sqrt{t})\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{2+t}}}{2+t}=\frac{(2+t)-(1+\sqrt{t})\sqrt{t}}{2\sqrt{t}(2+t)^{\frac{3}{2}}}=\frac{2-\sqrt{t}}{2\sqrt{t}(2+t)^{\frac{3}{2}}}$$

$f(t)$ の増減は右の通りで、$t=4$ のとき極大となる。

$f(4)=\dfrac{3}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ より　$\therefore k \geqq \dfrac{\sqrt{6}}{2}$　……(答)

t	0	$\cdots$	4	$\cdots$
$f'(t)$		$-$	0	$+$
$f(t)$		↗		↘