1996年東大理$\boxed{2}$文$\boxed{2}$共通

$f(x)=x^2-(a+d)x+(ad-bc)$ とすると

$$f(x)=\left(x-\frac{a+d}{2}\right)^2-\frac{(a+d)^2}{4}+ad-bc=\left(x-\frac{a+d}{2}\right)^2-\frac{(a-d)^2}{4}-bc$$

a, b, c, d は正の数より　$\therefore f\left(\frac{a+d}{2}\right)^2=-\frac{(a-d)^2}{4}-bc<0$ ――①

$s>0, t>0$ のとき　$s(1-a)-tb>0$ より　$s(1-a)>tb$　$1-a>\frac{tb}{s}>0$　$\therefore 0<a<1$

$-sc+t(1-d)>0$ より　$t(1-d)>sc$　$1-d>\frac{sc}{t}>0$　$\therefore 0<d<1$

辺々足すと　$0<a+d<2$　$\therefore 0<\frac{a+d}{2}<1$ ――②

また、$s(1-a)>tb, t(1-d)>sc$ より、$\frac{b}{1-a}t<s<\frac{1-d}{c}t$ であり、このような s が存在するには

$\frac{b}{1-a}<\frac{1-d}{c}$　$(1-a)(1-d)>bc$　$\therefore 1-(a+d)+(ad-bc)>0$

したがって　$\therefore f(1)=1-(a+d)+(ad-bc)>0$ ――③　$\therefore f(-1)=1+(a+d)+(ad-bc)>f(1)>0$ ――④

以上①～④より、$y=f(x)$ のグラフは右図のようになり、

$f(x)=0$ は、$-1<x<1$ の範囲に2つの実数解を持つ。（証明終）