1999 年東大理 $\boxed{3}$

(1)

頂点 A から B に電流が流れない確率を考える。

辺 AB に電流は流れないから、その他の辺に図のように番号をつける。

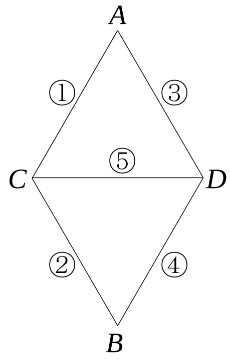
ある辺に電流が流れる状態を〇、流れない状態を×と表す。

辺①と②のうち、少なくとも一方に電流が流れない。

辺③と④のうち、少なくとも一方に電流が流れない。

辺①と④の両方に電流が流れるとき、辺⑤に電流が流れない。

辺③と②の両方に電流が流れるとき、辺⑤に電流が流れない。



以上により、辺①～⑤の電流の流れ方について、考えられる組合せは右の表の通り。頂点 A から B に電流が流れない確率 Q は

①	②	③	④	⑤
〇	×	〇	×	任意
〇	×	×	〇	×
〇	×	×	×	任意
×	〇	〇	×	×
×	〇	×	〇	任意
×	〇	×	×	任意
×	×	〇	×	任意
×	×	×	〇	任意
×	×	×	×	任意

$$
\begin{aligned}
Q &= (1-p)\times\left\{2p^2(1-p)^3+2p^2(1-p)^2+4p(1-p)^3+(1-p)^4\right\} \\
&= (1-p)^3\left\{2p^2(1-p)+2p^2+4p(1-p)+(1-p)^2\right\} \\
&= (1-p)^3(2p^2-2p^3+2p^2+4p-4p^2+1-2p+p^2) \\
&= (1-p)^3(1+2p+p^2-2p^3)
\end{aligned}
$$

求める確率は　$\therefore 1-Q = 1-(1-p)^3(1+2p+p^2-2p^3)$　……(答)

(2)

頂点 B から A、頂点 A から F に電流が流れる確率は、それぞれ $1-Q$ に等しいから

求める確率は　$\therefore (1-Q)^2 = \left\{1-(1-p)^3(1+2p+p^2-2p^3)\right\}^2$　……(答)

※$1-Q$ を展開すると　$1-Q = -2p^6+7p^5-7p^4+2p^2+p$