2000年東大文$\boxed{3}$

$P_1(n+1)=\frac{1}{3}\{P_2(n)+P_3(n)+P_4(n)\}$であるから、$P_2(n)+P_3(n)+P_4(n)=1-P_1(n)$を代入すると

$$P_1(n+1)=\frac{1}{3}\{1-P_1(n)\} \quad P_1(n+1)-\frac{1}{4}=-\frac{1}{3}\left\{P_1(n)-\frac{1}{4}\right\}$$

$$P_1(n)-\frac{1}{4}=\left(-\frac{1}{3}\right)^n\left\{P_1(0)-\frac{1}{4}\right\}=0 \quad \therefore P_1(n)=\frac{1}{4}$$

対称性より、$P_2(n)$についても$P_1(n)$と同じ漸化式が成り立つ。

$$P_2(n+1)=\frac{1}{3}\{1-P_2(n)\} \quad P_2(n+1)-\frac{1}{4}=-\frac{1}{3}\left\{P_2(n)-\frac{1}{4}\right\}$$

$$P_2(n)-\frac{1}{4}=\left(-\frac{1}{3}\right)^n\left\{P_2(0)-\frac{1}{4}\right\}=\frac{1}{4}\left(-\frac{1}{3}\right)^n \quad \therefore P_2(n)=\frac{1}{4}\left\{1+\left(-\frac{1}{3}\right)^n\right\}$$

以上により　$\therefore P_1(n)=\frac{1}{4},\ P_2(n)=\frac{1}{4}\left\{1+\left(-\frac{1}{3}\right)^n\right\}$ ……（答）