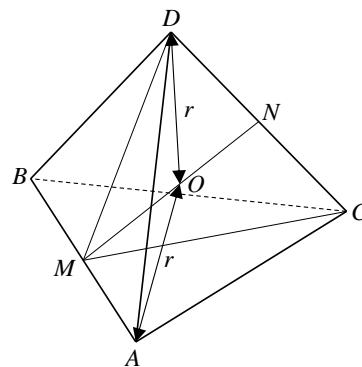


2001年東大理Ⅰ文Ⅰ共通

$AB$ の中点を $M$ 、 $CD$ の中点を $N$ とする。

$$AM = \frac{\sqrt{3}}{2}, AC = 2 \text{ より } CM = \sqrt{4 - \frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$CN = 1 \text{ より } MN = \sqrt{\frac{13}{4} - 1} = \frac{3}{2}$$



四面体 $ABCD$ は三角形 $CDM$ を含む面に関して対称である。

球面の中心 $O$ は三角形 $CDM$ 内にあり、 $C, D$ から等距離であるから、 $O$ は線分 $MN$ 上にある。

また、 $MN$ は、 $AB, CD$ に対しそれぞれ垂直であるから、 $ON = x$  ( $0 < x < \frac{3}{2}$ ) とすると

$$r^2 = x^2 + 1 = \left(\frac{3}{2} - x\right)^2 + \frac{3}{4} \quad x^2 + 1 = x^2 - 3x + \frac{9}{4} + \frac{3}{4} = x^2 - 3x + 3 \quad 3x = 2 \quad \therefore x = \frac{2}{3}$$

したがって

$$r^2 = x^2 + 1 = \frac{4}{9} + 1 = \frac{13}{9} \quad \therefore r = \frac{\sqrt{13}}{3} \quad \dots\dots(\text{答})$$