

2005 年東大理 4 文 2 共通

(1)

$a^2 - a = a(a-1) = 10000k = 2^4 5^4 k$  と書ける。

ここで、 $a-1, a$  は連続した自然数である。 $a$  が奇数であるから  $a-1$  は偶数であり、素因数 2 は  $a-1$  のみに含まれる。また、5 の倍数が連続することはないので、素因数 5 は  $a-1$  か  $a$  の一方のみに含まれる。

ここで、 $l$  を自然数として  $a-1 = 2^4 5^4 l = 10000l$  とすると  $a = 10000l + 1$

これは  $3 \leq a \leq 9999$  を満たさないのでは不適。したがって、 $l, m$  を自然数として

$$a-1 = 2^4 l = 16l \quad \text{---①} \quad a = 5^4 m = 625m \quad \text{---②}$$

①、②より  $a$  を消去すると

$$625m = 16l + 1 \quad 625(m-1) = 16(l-39)$$

16 と 625 は互いに素であるから、 $n$  を整数として

$$m-1 = 16n, \quad l-39 = 625n \quad m = 16n+1, \quad l = 625n+39$$

①、②に代入すると  $\therefore a = 10000n + 625$

これが  $3 \leq a \leq 9999$  を満たすのは  $n=0$  のときのみであるから  $\therefore a = 625 \dots\dots$  (答)