

2009 年東大文 [1]

(1)

C_3 と C_1 が内接するから

$$\sqrt{a^2 + b^2} = 2 - t \quad \therefore a^2 + b^2 = 4 - 4t + t^2 \quad \text{--- ①}$$

C_3 と C_2 が外接するから

$$\sqrt{(a-1)^2 + b^2} = 1 + t \quad a^2 - 2a + 1 + b^2 = 1 + 2t + t^2$$

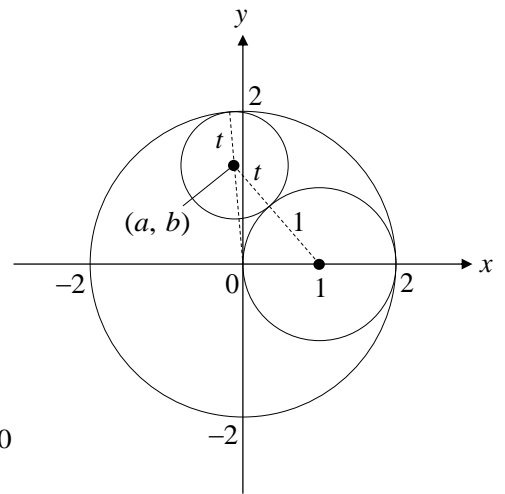
$$\therefore a^2 + b^2 - 2a = 2t + t^2 \quad \text{--- ②}$$

$$\text{①} - \text{②} \text{ より } 2a = 4 - 6t \quad \therefore a = 2 - 3t$$

$$\text{①} \text{ より } b^2 = 4 - 4t + t^2 - a^2 = 4 - 4t + t^2 - (4 - 12t + 9t^2) = -8t^2 + 8t > 0$$

$$t^2 - t = t(t-1) < 0 \quad \therefore 0 < t < 1$$

$$b > 0 \text{ より } \therefore a = 2 - 3t, b = 2\sqrt{2(-t^2 + t)}, 0 < t < 1 \quad \text{..... (答)}$$



(2)

$$b = 2\sqrt{-2\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} \text{ より、最大になるのは } t = \frac{1}{2} \text{ のときで、最大値は } \therefore b = \sqrt{2} \quad \text{..... (答)}$$