

$$g(x) = f(x) \text{ とすると } \sin x + ax = \frac{\cos x}{x} \quad ax = \frac{\cos x}{x} - \sin x = \frac{\cos x - x \sin x}{x}$$

$$x > 0 \text{ であるから } a = \frac{\cos x - x \sin x}{x^2} \quad h(x) = \frac{\cos x - x \sin x}{x^2} \text{ とすると}$$

$$\begin{aligned} h'(x) &= \frac{(-\sin x - \sin x - x \cos x)x^2 - (\cos x - x \sin x)2x}{x^4} = -\frac{x(2 \sin x + x \cos x) + 2(\cos x - x \sin x)}{x^3} \\ &= -\frac{\cos x(x^2 + 2)}{x^3} \end{aligned}$$

$h'(x)$ の符号は、 $-\cos x$ の符号に一致するから、極大・極小となる x も、 $-\cos x$ と一致する。 $k \geq 0$ として

$$x = \frac{\pi}{2}, \frac{5}{2}\pi, \frac{9}{2}\pi, \dots, \frac{4k+1}{2}\pi, \dots \text{ のとき、 } h(x) \text{ は極小。}$$

$$x = \frac{3}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi, \frac{11}{2}\pi, \dots, \frac{4k+3}{2}\pi, \dots \text{ のとき、 } h(x) \text{ は極大。}$$

$$\text{極小値を } m(k) = h\left(\frac{4k+1}{2}\pi\right) \text{ とすると } m(k) = -\frac{2}{(4k+1)\pi}$$

$$\text{極大値を } M(k) = h\left(\frac{4k+3}{2}\pi\right) \text{ とすると } M(k) = \frac{2}{(4k+3)\pi}$$

$\lim_{x \rightarrow +0} h(x) = +\infty$ であるから、 $y = h(x)$ のグラフの概形は、右図の通り。

$m(k) < m(k+1)$, $M(k) > M(k+1)$ であるから、

$y = h(x)$ と $y = a$ が、共有点をちょうど 3 つ持つ a は

$$\therefore a = -\frac{2}{5\pi}, \frac{2}{7\pi} < a < \frac{2}{3\pi} \quad \dots\dots (\text{答})$$

