

2017 年東大文 ③

(1)

$(s, t) = (1, 0), (0, -1)$ のときであるから $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ……(答)

(2)

n 秒後の P の座標を (x_n, y_n) とし、 n 秒後の $q_n = |x_n - y_n|$ の値を考える。

$(x_1, y_1) = (\pm 1, 0), (0, \pm 1)$ であるから、必ず $q_1 = 1$ である。

$q_n \neq 0$ のとき、1 秒後、 q_{n+1} の値は、確率 $\frac{1}{2}$ で 1 増えるか 1 減る。

$q_n = 0$ のとき、1 秒後、必ず $q_{n+1} = 1$ である。

$q_5 = 1$ となるような、 $n \geq 1$ における q_n の変化の仕方は

① $1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 1$ ② $1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ ③ $1 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 1$ ④ $1 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ ⑤ $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

のいずれかである。 $q_5 = 1$ のとき、確率 $\frac{1}{2}$ で $q_6 = 0$ 、すなわち直線 $y = x$ 上にあるから

求める確率は $\left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^4} \right) \times \frac{1}{2} = \frac{5}{16}$ ……(答)

※(2)は、理系 ① の(1)と共通だが、誘導を利用しようとすると、むしろ考えにくい気がする。

理系 ① の解答に記したように、数え上げた方が無難かもしれない。