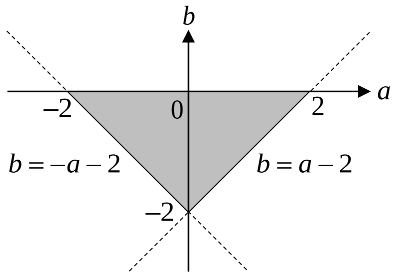
2021年東大理$\boxed{1}$文$\boxed{3}$共通

(1)

$x^2+ax+b=-x^2$とすると　$2x^2+ax+b=0$　$f(x)=2x^2+ax+b$とおく。

$f(x)=0$ が相違なる 2 実数解を持つから　$D=a^2-8b>0$　$\therefore b<\dfrac{1}{8}a^2$ ——①

①の条件下で、$f(x)=0$ の 2 実数解が、$-1<x<0$ の間および $0<x<$ の間に存在するには、
$f(-1)>0, f(0)<0, f(1)>0$ であればよいから



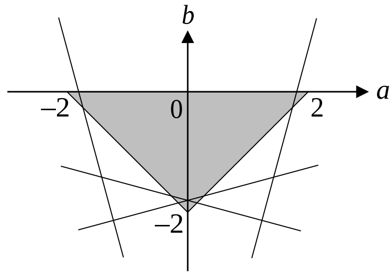
$2-a+b>0, b<0, 2+a+b>0$

$\therefore b>a-2, b<0, b>-a-2$ ——②

②の範囲を図示すると右図のようになり、全体が①の範囲に
含まれる。右図が求める範囲であり、境界線を含まない。

(2)

$y=x^2+ax+b$とすると　$b=-xa+y-x^2$
ab平面上の直線$b=-xa+y-x^2$が、(1)で求めた範囲と共有点を持つ
条件を考える。
$g(a)=-xa+y-x^2$とし、傾き$-x$で場合分けをする。



$-x \leqq -1$　$x \geqq 1$ のとき　$g(-2)>0, g(2)<0$

$2x+y-x^2>0, -2x+y-x^2<0$　$\therefore x^2-2x<y<x^2+2x$

$-1 \leqq -x \leqq 0$　$0 \leqq x \leqq 1$ のとき　$g(0)>-2, g(2)<0$

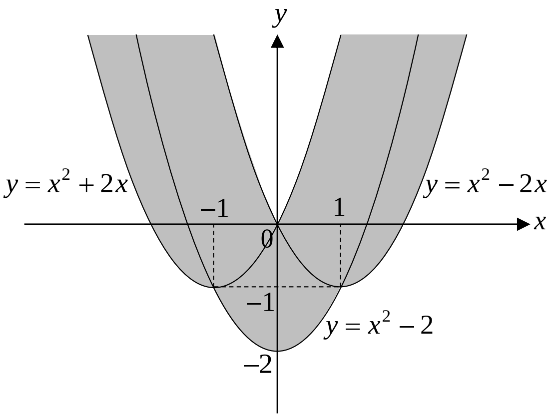
$y-x^2>-2, -2x+y-x^2<0$　$\therefore x^2-2<y<x^2+2x$

$0 \leqq -x \leqq 1$　$-1 \leqq x \leqq 0$ のとき　$g(0)>-2, g(-2)<0$

$y-x^2>-2, 2x+y-x^2<0$　$\therefore x^2-2<y<x^2-2x$

$1 \leqq -x$　$x \leqq -1$ のとき　$g(-2)<0, g(2)>0$

$2x+y-x^2<0, -2x+y-x^2>0$　$\therefore x^2+2x<y<x^2-2x$



これらをまとめて図示すると、右図の通り。境界線を含まない。