

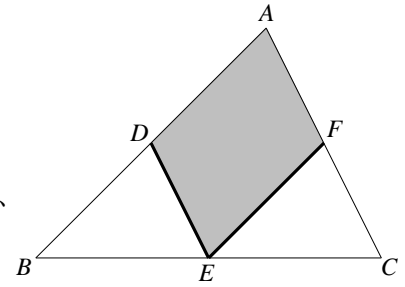
1962 年京大理 1 文 1 共通

M を中点とする線分の両端が、辺 AB, CA 上にあるとする。

$\overrightarrow{AP} = p\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AQ} = q\overrightarrow{AC}$ ($0 < p \leq 1, 0 < q \leq 1$) とすると、 PQ の中点は

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AQ} = \frac{p}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{q}{2}\overrightarrow{AC}$$

p, q は独立に変化するため、辺 AB, BC, CA の中点を、 D, E, F とすると、 M の存在範囲は、右図の通り。両端を除く線分 DE, EF 上を含む。



同様に、 M を中点とする線分の両端が、辺 AB, BC 上にあるとき、

M の存在範囲は、平行四辺形 $BDFE$ の内部と、両端を除く線分 DF, EF 上である。

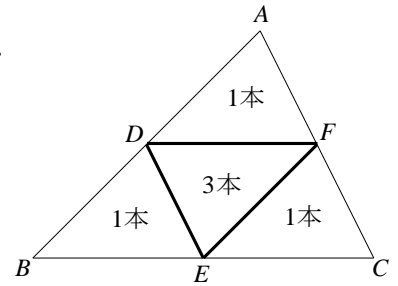
M を中点とする線分の両端が、辺 BC, CA 上にあるとき、

M の存在範囲は、平行四辺形 $CEDF$ の内部と、両端を除く線分 DE, DF 上である。

3 つの平行四辺形 $ADEF, BDFE, CEDF$ の共通範囲は、 $\triangle DEF$ であるから、

M が頂点を除く $\triangle DEF$ の内部および外周上にあるとき、題意の線分は 3 本引ける。

M がそれ以外の場所にあるとき、題意の線分は 1 本引ける。



※ M の存在範囲に、 $\triangle ABC$ の外周は含まないとして解答した。