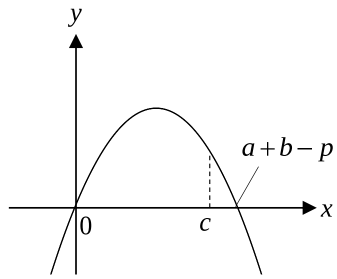
1962年京大理$\boxed{4}$文$\boxed{4}$共通

$f(x)=x(x-a)(b-x)-(px^2-qx)$としたとき、$-\infty<x\leqq c$において$f(x)\geqq 0$となる条件を考える。

$f(x)=x\{(x-a)(b-x)-px+q\}=x\{-x^2+(a+b-p)x+q-ab\}$であり、$g(x)=-x^2+(a+b-p)x+q-ab$とすると、

$-\infty<x\leqq 0$のとき$g(x)\leqq 0$、$0\leqq x\leqq c$のとき$g(x)\geqq 0$である。

したがって、$x=0$の前後で$g(x)$の符号が変わるから　$g(0)=q-ab=0$　$\therefore q=ab$



$q=ab$のとき、$g(x)=-x^2+(a+b-p)x=x(a+b-p-x)$が、$-\infty<x\leqq 0$において$g(x)\leqq 0$となるには、$a+b-p\geqq 0$でなければならない。

$a+b-p=0$であるとき、$g(x)=-x^2\leqq 0$であり、$0\leqq x\leqq c$において$g(x)\geqq 0$とならないから、不適。したがって、$a+b-p>0$である。

$a+b-p>0$の条件下で、$0<x\leqq c$において$g(x)\geqq 0$となる条件は

$c\leqq a+b-p$　$\therefore 0<p\leqq a+b-c$

このようなpが存在するためには、$a+b-c>0$、$c<a+b$でなければならない。

以上により

$c<a+b$であれば、$-\infty<x\leqq c$において$f(x)\geqq 0$となる正の定数p, qを求めることができる。

$0<p\leqq a+b-c$を満たすようにpを定め、なおかつ$q=ab$とすればよい。

$c\geqq a+b$であれば、正の定数p, qを求めることができない。