1965 年京大理 $\boxed{5}$

関数 $f(x)$ の $x=a$ における微分係数の定義は　$\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ ……(答)

（ア）

$f(x)=\dfrac{1}{x^3}$ とすると

$$\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\frac{1}{h}\left\{\frac{1}{(1+h)^3}-1\right\}=\frac{1-(1+h)^3}{h(1+h)^3}=-\frac{3h+3h^2+h^3}{h(1+h)^3}=-\frac{3+3h+h^2}{(1+h)^3}$$

$$\therefore \lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=-3$$ ……(答)

（イ）

$f(x)=\sqrt{1+x+x^2}$ とすると

$$\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\frac{\sqrt{1+(1+h)+(1+h)^2}-\sqrt{3}}{h}=\frac{\sqrt{3+3h+h^2}-\sqrt{3}}{h}=\frac{(3+3h+h^2)-3}{h(\sqrt{3+3h+h^2}+\sqrt{3})}=\frac{3+h}{\sqrt{3+3h+h^2}+\sqrt{3}}$$

$$\therefore \lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$ ……(答)