

1965 年京大理 2 文 2 共通

$kx^2 - (k+2)^2x + (ak^2 + 4k + b) = 0$  を、 $k$  について整理すると

$$(a-x)k^2 + (x^2 - 4x + 4)k + (b-4x) = 0 \quad (a-x)k^2 + (x-2)^2k + (b-4x) = 0$$

任意の正数  $k$  について成立するには

$$a-x=0, (x-2)^2=0, b-4x=0 \quad x=2=a=\frac{b}{4} \quad \therefore a=2, b=8 \quad \dots\dots (\text{答})$$

このとき  $kx^2 - (k+2)^2x + (2k^2 + 4k + 8) = (x-2)\{kx - (k^2 + 2k + 4)\} = 0$

他の根は、 $x = \frac{k^2 + 2k + 4}{k} = k + \frac{4}{k} + 2$  である。

相加平均・相乗平均の関係より  $k + \frac{4}{k} \geq 2\sqrt{k \cdot \frac{4}{k}} = 4$  等号成立は  $k = \frac{4}{k}$   $k^2 = 4$   $k = 2$  のとき。

他の根が最小になるのは、 $k = 2$  のとき。……(答)