

1968 年京大理 [1] 文 [1] 共通

(1) ○

$a=b$ という事象は、 $a \leq b$ という事象の一部であるから、 $a=b$ ならば、 $a \leq b$ である。(証明終)

(2) ×

例えば、平面上の正方形 $ABCD$ を考えれば、どの 3 点も一直線上にはないが、 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$ である。

(3) ○

$A \subset B, B \subset C$ より $A \subset C$ であるが、 $C \subset A$ であるから、 $A=C$ でなければならない。

すると、 $A \subset B, B \subset A$ であるから、 $A=B$ である。結局、 $A=B=C$ である。(証明終)

(4) ○

数学的帰納法により示す。 $n=5$ のとき、 $2^5 = 32, 5^2 = 25$ であるから、 $5^2 < 2^5$ が成立。

$n=k (\geq 5)$ のとき、 $k^2 < 2^k$ と仮定する。両辺に 2 をかけると $2k^2 < 2^{k+1}$

ここで、 $2k^2 - (k+1)^2 = k^2 - 2k - 1 = (k-1)^2 - 2 > 0$ であるから $(k+1)^2 < 2k^2 \quad \therefore (k+1)^2 < 2^{k+1}$

したがって、 $n=k+1$ でも成立。以上により示された。(証明終)

(5) ×

この集合の要素 $\frac{1}{n}$ は、 $n \rightarrow \infty$ とすると、0 に限りなく近づくが、0 になることはない。