

1969 年京大文 [6]

(1) ×

$$\int_1^3 x^4 dx = \left[\frac{x^5}{5} \right]_1^3 = \frac{242}{5} \quad x^5 \text{ の係数を忘れている。}$$

(2) ○

$$\sum_{k=1}^n \frac{9}{10^k} = \frac{9}{10} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{10}\right)^n}{1 - \frac{1}{10}} = 1 - \left(\frac{1}{10}\right)^n \text{ であるから } \therefore \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{10^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{10}\right)^n \right\} = 1$$

(3) ×

$n=6$ でもうめつくせるので、 $n=3, 4, 6$ のときだけである。

(4) ×

極大または極小になるとは限らない。

たとえば、 $f(x) = x^3$ のとき、 $\frac{df(x)}{dx} = 3x^2$ であり、 $x=0$ において $\frac{df(0)}{dx} = 0$ となるが、 $3x^2 \geq 0$ であるから、

$x=0$ の前後で、 $\frac{df(0)}{dx}$ の符号が変化しない。したがって、 $x=0$ において、極値を持たない。

(5) ×

「 $x=0, y=0$ 」、すなわち「 $x=0$ かつ $y=0$ 」の否定は、「 $x \neq 0$ または $y \neq 0$ 」。

ド・モルガンの法則により、2つの事象 A と B について、 $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ であるから、「 A かつ B 」の否定は、「 \overline{A} または \overline{B} 」である。