

1969 年京大理 4

単位時間当たりの水溶液の流量を p 、水の密度を w とする。

時刻 t における、単位時間当たりの流出する水溶液の重量は、 $pw(1+ae^{-bt})$ であるから

時刻 k までに流出した水溶液の総重量は $pw \int_0^k (1+ae^{-bt}) dt = pw \left[t - \frac{a}{b} e^{-bt} \right]_0^k = pw \left\{ k + \frac{a}{b} (1 - e^{-bk}) \right\}$

時刻 k までに流出する水の総重量は、 pwk であるから、よくかき混ぜた後の比重は

$$\frac{pw}{pwk} \left\{ k + \frac{a}{b} (1 - e^{-bk}) \right\} = 1 + \frac{a}{bk} (1 - e^{-bk}) \dots\dots (\text{答})$$

(注)

比重と密度は混同しがちだが、密度は重さを体積で割った値であり、比重は同じ体積の基準物質に対する密度の比である。液体の比重は、通常は水に対する比である。

本問の答えは、結局、比重の時間平均に等しいが、いきなり $\frac{1}{k} \int_0^k (1+ae^{-bt}) dt$ と立式していいのだろうか？