

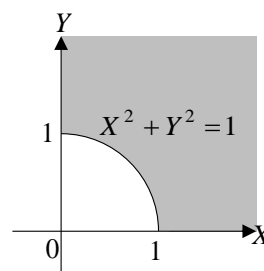
1969 年京大理 6

$X = \sqrt{x}, Y = \sqrt{y}$  とおく。  $X \geq 0, Y \geq 0, X^2 + Y^2 \geq 1$  の条件下で、

$X + aY$  の最小値を調べればよい。

$X, Y$  が動く範囲を図示すると、右図の通りで、境界線を含む。

$k = X + aY$  とすると  $X = -aY + k$   $a > 0$  であるから



$0 < a < 1$  のとき

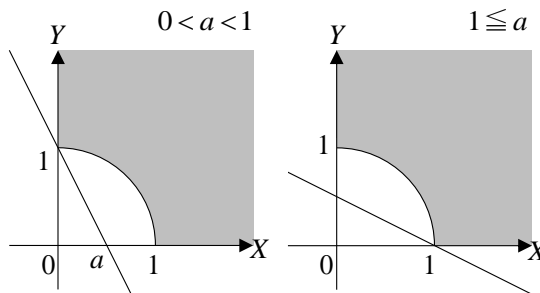
$k$  は、直線  $X = -aY + k$  が、点  $(0, 1)$  を通るとき最小であり、

このとき  $k = a$

$1 \leq a$  のとき

$k$  は、直線  $X = -aY + k$  が、点  $(1, 0)$  を通るとき最小であり、

このとき  $k = 1$



以上により、  $f(x, y)$  の最小値は  $0 < a < 1$  のとき  $a$ 、  $1 \leq a$  のとき  $1$  …… (答)