

1970 年京大文 [4]

$$\frac{1}{y} = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x} \text{ であり、 } x > 1 \text{ であるから } \therefore \frac{1}{y} > 0 \quad yz \geq 2 \text{ より } z \geq \frac{2}{y} = 2 - \frac{2}{x} \quad xz \geq a \text{ より } z \geq \frac{a}{x}$$

$$z = 2 - \frac{2}{x} \text{ と } z = \frac{a}{x} \text{ の交点を求めると } \frac{a}{x} = 2 - \frac{2}{x} = a = 2x - 2 \quad x = \frac{a+2}{2} > 2 \quad z = \frac{2a}{a+2} = 2 - \frac{4}{a+2}$$

$$0 < \frac{4}{a+2} < 1 \text{ であるから } 1 < 2 - \frac{4}{a+2} < 2$$

$x > 1$ 、 $1 < z < 2$ 、 $z \geq 2 - \frac{2}{x}$ 、 $z \geq \frac{a}{x}$ が表す領域を、 xz 平面に

図示すると、右図の通り。境界線は実線部のみ含む。

z が最小になるのは、 $x = \frac{a+2}{2}$ 、 $z = \frac{2a}{a+2}$ のときである。

$$\text{このとき } \frac{1}{y} = 1 - \frac{2}{a+2} = \frac{a}{a+2} \quad y = \frac{a+2}{a}$$

求める x, y, z の値は $\therefore x = \frac{a+2}{2}$ 、 $y = \frac{a+2}{a}$ 、 $z = \frac{2a}{a+2}$ ……(答)

