

1971 年京大理 3

$$f(x) = x^2 + ax + b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b \quad b \leq -\frac{a}{2} + 1 \text{ より}$$

$$-\frac{a}{2} \leq 0 \quad a \geq 0 \text{ のとき} \quad m = f(0) = b \leq -\frac{a}{2} + 1 \quad a \geq 0 \text{ より} \quad \therefore m \leq 1$$

$$0 < -\frac{a}{2} < 1 \quad -2 < a < 0 \text{ のとき}$$

$$m = f\left(-\frac{a}{2}\right) = -\frac{a^2}{4} + b \leq -\frac{a^2}{4} - \frac{a}{2} + 1 = -\frac{1}{4}(a+1)^2 + \frac{5}{4}$$

$$-2 < a < 0 \text{ より} \quad \therefore m \leq \frac{5}{4}$$

$$1 \leq -\frac{a}{2} \quad a \leq -2 \text{ のとき} \quad m = f(1) = 1 + a + b \leq \frac{a}{2} + 2 \quad a \leq -2 \text{ より} \quad \therefore m \leq 1$$

いずれの場合も、 m が最大になるのは、 $b = -\frac{a}{2} + 1$ のときであるから、

$$m \text{ を最大にする } a, b \text{ は} \quad \therefore a = -1, b = \frac{3}{2} \quad \dots\dots (\text{答})$$

