

1973 年京大理 [6]

A 君の報酬は 1 であるから、A 君の報酬の期待値は $E_A = 1$

B 君の報酬は、一度目に当れば 2、一度目に当らず、二度目に当れば 1、二度とも当らなければ 0。

B 君の報酬の期待値は $E_B = 2 \times p + 1 \times (1-p)p = 3p - p^2$

C 君の報酬は、二度とも当れば 3、一度だけ当れば 1、二度とも当らなければ 0。

C 君の報酬の期待値は $E_C = 3 \times p^2 + 1 \times 2p(1-p) = 2p + p^2$

$$E_B = E_A \text{ とすると } 3p - p^2 = 1 \quad p^2 - 3p + 1 = 0 \quad p = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \quad 0 < p < 1 \text{ より } p = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

$$E_C = E_A \text{ とすると } 2p + p^2 = 1 \quad p^2 + 2p - 1 = 0 \quad p = -1 \pm \sqrt{2} \quad 0 < p < 1 \text{ より } p = -1 + \sqrt{2}$$

$$E_B = E_C \text{ とすると } 3p - p^2 = 2p + p^2 \quad 2p^2 - p = p(2p - 1) = 0 \quad 0 < p < 1 \text{ より } p = \frac{1}{2}$$

$0 < p < 1$ において、 E_A, E_B, E_C のグラフを描くと、右図の通り。

これより、

$$0 < p \leq \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \text{ であれば、A 君が有利。}$$

$$\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \leq p \leq \frac{1}{2} \text{ であれば、B 君が有利。}$$

$$\frac{1}{2} \leq p < 1 \text{ であれば、C 君が有利。}$$

