1974年京大文$\boxed{3}$

多項定理により、$(x^3+\sqrt{2}x^2+\sqrt[3]{3}x+1)^{100}$ を展開した項は、$a,\ b,\ c,\ d$ を非負整数として

$$\frac{100\,!}{a!b!c!d!}(x^3)^a(\sqrt{2}x^2)^b(\sqrt[3]{3}x)^c=\frac{100\,!}{a!b!c!d!}(\sqrt{2})^b(\sqrt[3]{3})^c x^{3a+2b+c} \qquad a+b+c+d=100$$

$3a+2b+c=296$, $a+b+c+d=100$ を満たすような、$a,\ b,\ c,\ d$ の組を求める。
a を固定すると、$3a+2b+c$ が最小になるのは $b=c=0$ のときで、最大になるのは $b=100-a,\ c=0$ のとき。

$3a \leqq 296$ より　$a \leqq 98+\dfrac{2}{3}$　$\therefore a \leqq 98$　$3a+2(100-a)=a+200 \geqq 296$ より　$\therefore a \geqq 96$

$a=96,\ 97,\ 98$ に限られるので、それぞれ調べると、条件を満たす $a,\ b,\ c,\ d$ の組は

$(a,\ b,\ c,\ d)=(98,\ 1,\ 0,\ 1),\ (98,\ 0,\ 2,\ 0),\ (97,\ 2,\ 1,\ 0),\ (96,\ 4,\ 0,\ 0)$

$0!=1$ として、

$(a,\ b,\ c,\ d)=(98,\ 1,\ 0,\ 1)$ のとき　$\dfrac{100!}{98!1!0!1!}(\sqrt{2})^1(\sqrt[3]{3})^0=100\cdot 99\cdot\sqrt{2}=9900\sqrt{2}$

$(a,\ b,\ c,\ d)=(98,\ 0,\ 2,\ 0)$ のとき　$\dfrac{100!}{98!0!2!0!}(\sqrt{2})^0(\sqrt[3]{3})^2=\dfrac{100\cdot 99}{2}\sqrt[3]{9}=4950\sqrt[3]{9}$

$(a,\ b,\ c,\ d)=(97,\ 2,\ 1,\ 0)$ のとき　$\dfrac{100!}{97!2!1!0!}(\sqrt{2})^2(\sqrt[3]{3})^1=100\cdot 99\cdot 98\cdot\sqrt[3]{3}=970200\sqrt[3]{3}$

$(a,\ b,\ c,\ d)=(96,\ 4,\ 0,\ 0)$ のとき　$\dfrac{100!}{96!4!0!0!}(\sqrt{2})^4(\sqrt[3]{3})^0=\dfrac{100\cdot 99\cdot 98\cdot 97}{6}=15684900$

求める x^{296} の係数は　$15684900+9900\sqrt{2}+970200\sqrt[3]{3}+4950\sqrt[3]{9}$　……(答)

※良問とは言えないが、本問が面倒なので、文系$\boxed{1}$ $\boxed{2}$がやたらと簡単なのだろうか？